

Mathe macht stark

5/6



Handreichung
Multiplikation und Division


mit Videos
online

Cornelsen

Herausgegeben
vom
IQSH

Mathe macht stark

5/6

Handreichung

Multiplikation und Division

Erarbeitet von

Ulrike Stade und Martin Zacharias
(Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen
Schleswig-Holstein – IQSH)

Cornelsen

Handreichung

Multiplikation und Division

Erarbeitet von Ulrike Stade und Martin Zacharias (Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein – IQSH).

Diese Handreichung entstand im Rahmen des schleswig-holsteinischen Programms „Niemanden zurücklassen – Mathe macht stark“.

Das schleswig-holsteinische Projekt wurde von folgenden Kooperationspartnern entwickelt:

- Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
- Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
- Cornelsen Verlag

Redaktion: Sabrina Bühl, Michael Venhoff

Umschlagsgestaltung und Layoutkonzept: Studio Syberg, Berlin

Layout und technische Umsetzung: L42 AG, Berlin

Umschlagsillustration und Bildnachweis: Cornelsen/Inhouse

www.cornelsen.de

1. Auflage, 1. Druck 2024

Alle Drucke dieser Auflage sind inhaltlich unverändert und können im Unterricht nebeneinander verwendet werden.

© 2024 Cornelsen Verlag GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu §§ 60 a, 60 b UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60 b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und anderen Bildungseinrichtungen.

Druck: Athesiadruck GmbH



PEFC
PEFC/18-31-166

PEFC-zertifiziert
Dieses Produkt
stammt aus
nachhaltig
bewirtschafteten
Wäldern und
kontrollierten Quellen
www.pefc.de

Inhalt

1	Worum geht es?	5
2	Stellenwertverständnis	6
3	Kompetenzorientierung – Lernkarten	7
4	Zugänge	8
4.1	Zehnersystemblöcke	8
4.2	Stellenwerttafel	8
4.3	Punktefeld und Malkreuz	9
5	Hinweise zum Themenheft	10
6	Förderwege und Fördermodule	11
6.1	Standortbestimmung und Fördermaßnahmen	12
6.1.1	Multiplikation/Division mit (Vielfachen von) Zehnerpotenzen	12
6.1.2	Multiplikation im Malkreuz	13
6.1.3	Multiplikation/Division	13
6.2	Überblick Förderwege	14
	Multiplikation	15
1	Multiplikation – Blöcke	16
2	Multiplikation – Stellenwerttafel	19
3	Multiplikation mit 10 – Blöcke	22
4	Multiplikation mit 10 – Stellenwerttafel	25
5	Multiplikation mit Vielfachen von 10 – Stellenwerttafel	28
6	Multiplikation im Punktefeld – Malkreuz	31
7	Schriftlich multiplizieren	34
	Division	37
1	Division – Blöcke	38
2	Division – Stellenwerttafel	41
3	Division durch 10 – Blöcke	44
4	Division durch 10 – Stellenwerttafel	47
5	Division im Punktefeld – Malkreuz	50
6	Schriftlich dividieren	53
	Anhang	57
	Standortbestimmung, Abschlusstest	
	Standortbestimmung	59
	Abschlusstest	61
	Übersicht Fördermaßnahmen	63
	Weitere Aufgaben	
	Im Malkreuz rechnen	65
	Kopfrechenstrategien Multiplikation	67
	Kopfrechenstrategien Division	69
	Stellenwerttafel	71
	400er-Punktefeld mit L-Winkel	73
	400er-Punktstreifen mit L-Winkel	75

1 Worum geht es?

Viele Schülerinnen und Schüler verfügen in der 5. Jahrgangsstufe noch nicht über ein gesichertes Operationsverständnis für die Multiplikation und die Division. Ein gefestigtes Zahl- und Stellenwertverständnis ist Voraussetzung dafür, rechnen zu können. Die Automatisierung der schriftlichen Rechenverfahren kann Defizite im konzeptuellen Operationsverständnis nicht ausgleichen.

Das Konzept von *Mathe macht stark* basiert auf der Leitidee, dass (lernförderliche) Handlungen zu kognitiven Strukturen führen und helfen, Neues zu verstehen und zu reflektieren. Durch die gedankliche Rekonstruktion der durchgeführten Handlungen werden Handlungsbilder (bildliche Darstellungen) verinnerlicht und Vorstellungen entwickelt, die gedankliche Operationen und Handlungen möglich machen.

Die Erarbeitung von Aufgaben und Lösungen folgt dem Prinzip wechselnder Darstellungsebenen: Die Lernenden sollen die Möglichkeit haben, Lösungen enaktiv durch Handlungen, ikonisch durch bildliche Vorstellungen und symbolisch durch sprachliche oder mathematische Ausdrücke zu erarbeiten.

Da mathematisches Denken und Handeln immer auch sprachlich vermittelt werden müssen, werden Sprechweisen zu den verschiedenen Arbeitsschritten vorgeschlagen.

3 Kompetenzorientierung – Lernkarten

Materialhandlungen dienen der Veranschaulichung von Aufgabenstellungen und Lösungswegen. Die Verbalisierung der Handlungen lässt mentale Bilder entstehen, die es zunehmend ermöglichen, das Material in der Vorstellung zu verwenden. Dieser Ablösungsprozess vom konkreten Handeln zum Handeln in der mentalen Vorstellung ist wesentlich, um das Verständnis für die zugrundeliegenden Begriffe und Operationen zu stützen und zu fördern.

Die Lernkarten „So spreche ich ...“ setzen einen Rahmen für die Verbalisierung der Handlungsprozesse und bieten Anknüpfungspunkte für einen kommunikativen Austausch.

Dem gemeinsamen Üben, dem gegenseitigen Beobachten und Beauftragen von Handlungen kommt im Lernprozess ebenfalls eine große Bedeutung zu.

Aufbauend auf den gemeinsamen Austausch und den Einsatz des Materials im **Einstieg**, erfolgt im **Aufstieg** und schließlich im **Gipfel** die fortschreitende Ablösung von der konkreten zur mentalen Handlung und dem damit verbundenen Aufbau innerer Vorstellungsbilder.

1. HANDELN AN GEEIGNETEM MATERIAL (Einstieg)	
Die Lernenden legen und bearbeiten Aufgaben mit dem Material. Die Lernenden beschreiben die Handlungen anhand der Lernkarten und lösen die Aufgabe.	Die Lehrkraft beobachtet, unterstützt, gibt Formulierungshilfen und achtet darauf, dass die Handlungen „korrekt“ durchgeführt und beschrieben werden.
2. BESCHREIBEN DER HANDLUNG MIT SICHT AUF DAS MATERIAL (Partnerarbeit im Einstieg)	
Die erste Person handelt nicht mehr selbst, sondern diktiert einer anderen (anhand der Lernkarten) die Handlung. Die zweite Person führt die Handlungen aus. Die erste Person beobachtet und kontrolliert die Handlungen.	Die Lehrkraft beobachtet, unterstützt und achtet auf Missverständnisse.
3. BESCHREIBEN DER HANDLUNG OHNE SICHT AUF DAS MATERIAL (Aufstieg)	
Die Aufgabe und die Handlung werden als (mentale) Bilder beschrieben. Die Lernenden zeichnen das Bild (Handlungsergebnis), das sich aus der mentalen Nutzung des Materials ergibt. Die entstandene Zeichnung wird für die Ergebnisfindung genutzt. Die Lernkarte beschreibt die einzelnen Teilschritte des Lösungsprozesses.	Die Lehrkraft achtet besonders auf den korrekt durchgeführten und dokumentierten Darstellungswechsel von der Handlungsebene (im Einstieg) in die Zeichnungsebene auf die den Übergang in die symbolische Ebene (Gipfel) vorbereitenden Rechenschritte.
4. NUTZEN DES MATERIALS IN DER VORSTELLUNG (Gipfel)	
Die Aufgaben werden auf symbolischer Ebene bearbeitet. Lernende finden die passenden Teilergebnisse und das Endergebnis. Ggf. wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert. Die Lernkarte beschreibt die einzelnen Teilschritte des Lösungsprozesses.	Die Lehrkraft beobachtet und unterstützt. Die Lehrkraft entscheidet, ob Unklarheiten und Fehler behoben werden können durch <ul style="list-style-type: none"> – Zuhilfenahme des Materials, – Hinweise auf die mentale Nutzung des Materials, – den Einsatz der aus dem Aufstieg bekannten Dokumentationsmittel.

Auch später sollte die Rückführung der Algorithmen auf mentale Materialhandlungen immer wieder eingefordert werden.

5 Hinweise zum Themenheft

Jeder Einstieg, Aufstieg und Gipfel im Arbeitsheft startet mit einem **Informationsblock**. In ihm werden die zur Bearbeitung der Aufgaben erforderlichen Arbeitsschritte vorgestellt. Diese Hinweise sind nicht selbsterklärend und sollten deshalb von der Lehrkraft erläutert und deren Umsetzung genau beobachtet werden. Ggf. sind weitere Beispielaufgaben gemeinsam durchzuführen, bis die Lernenden in die selbstständige Bearbeitung entlassen werden können.

Auf wichtige Zusatzinformationen und -aktivitäten wird in Sprechblasen mit dem **Ball** hingewiesen.

Die Lehrkraft gewährleistet zudem die Einführung in das zugrundeliegende Material (Einstieg), das Abstimmen von Konventionen für die zeichnerische Darstellung (Aufstieg) und die Einhaltung von Verfahrenshinweisen (Gipfel).

Einstieg (E – enaktiv):

Der Einstieg dient dem konkreten Handeln mit Material.

Eine Notation der einzelnen Arbeitsschritte erfolgt hier deshalb nicht. Die Lehrkraft beobachtet den Arbeitsprozess, unterstützt und korrigiert. Sie fordert die Lernenden zum Versprachlichen der Handlungen auf (im Gespräch mit den Lernenden oder in Partnersituationen) und stellt Formulierungshilfen zur Verfügung.

Aufstieg (A – ikonisch):

Im Aufstieg werden die im Einstieg durchgeführten Handlungen zeichnerisch festgehalten und dokumentiert. Der Darstellungswechsel in das so entstehende Handlungsbild dient als mentale Grundlage für weiterführende Überlegungen bzw. abstrahierende Schlussfolgerungen.

Auch hier fordert die Lehrkraft die Lernenden zur Versprachlichung der Arbeitsschritte auf und stellt Formulierungshilfen zur Verfügung.

Bei der Aufgabebearbeitung sind die Arbeitsschritte jetzt zu notieren.

Gipfel (G – symbolisch)

Die Ablösung vom konkreten Handeln zum Handeln in der mentalen Vorstellung erfolgt im Gipfel. Bei Unsicherheiten sollte auf die im Einstieg und im Aufstieg erlernten Handlungen und Strategien zurückgegriffen werden.

Voraussetzungen: Das Lernen mit den Fördereinheiten setzt sicheres Können und Wissen in folgenden Bereichen voraus:

- Einmalein,
- schriftliche Addition.

6 Förderwege und Fördermodule

Auf dem Weg zum sicheren Einsatz der (halb-)schriftlichen Rechenverfahren werden drei Förderwege angeboten.

- **Der schnelle Weg,**
der mit dem Multiplizieren/Dividieren im Punktefeld an das systematische Bilden und Abzählen von Punktebündeln anschließt und den Übergang vom Zahlenrechnen zum Ziffernrechnen stützt.
- **Der Weg mit Abkürzungen**
schaltet die für das Rechnen im Malkreuz erforderlichen Kopfrechenkompetenzen mit Zehnerpotenzen und -vielfachen vor.
- **Der gesamte Weg**
knüpft mit dem schrittweisen Multiplizieren (ein Faktor wird stellenweise zerlegt) bzw. dem schrittweisen Dividieren an halbschriftliche Rechenstrategien an.

Bei grundlegenden Problemen im Stellenwertverständnis wird das Fördermodul (EAG) **Zehnersystemblöcke** empfohlen („Bündeln mit Anfassen“ ist erforderlich).

Bei Schwierigkeiten im Stellenwertverständnis wird das Fördermodul (EAG) **Stellenwerttafel** empfohlen (Vorstellungen sind vorhanden, sollten aufgegriffen und der sichere Umgang mit Stellenwerten weiter gefestigt werden).



Ausgehend von den Aufgaben und möglichen Lernschwierigkeiten werden in der Standortbestimmung Fördermodule empfohlen. Zusammengefasst ergibt sich ein Überblick, der die Wahl des Förderweges nahelegt.

Im gewählten Weg angegebene Fördermodule (EAG) sollten nur in begründeten Fällen übersprungen werden.

6.1 Standortbestimmung und Fördermaßnahmen

Die Standortbestimmung kann eingesetzt werden als Klassen- beziehungsweise Gruppenaufgabe. Sie eignet sich auch als Gesprächsgrundlage für ein diagnostisches Interview.

Wenn Lösungen korrekt, aber im Zusammenhang mit anderen Ergebnissen nicht nachvollziehbar sind, sollte die Vorgehensweise in einem diagnostischen Gespräch geklärt werden.

6.1.1 Multiplikation/Division mit (Vielfachen von) Zehnerpotenzen

Das erfolgreiche Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerpotenzen (10, 100, ...) und mit Vielfachen von Zehnerpotenzen (20, 500, 3000, ...) ist ein Indikator dafür, ob das Stellenwertsystem wirklich verstanden wird. Erst die Einsicht, dass sich Stellenwerte beim Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerpotenzen verschieben, führt zu der Erkenntnis und dem dann häufig angewendeten Verfahren, Nullen anzuhängen oder wegzustreichen (im Folgenden Null-Ergänzungsregel genannt). Dieses Verfahren als reiner Routinealgorithmus ist häufig fehleranfällig.

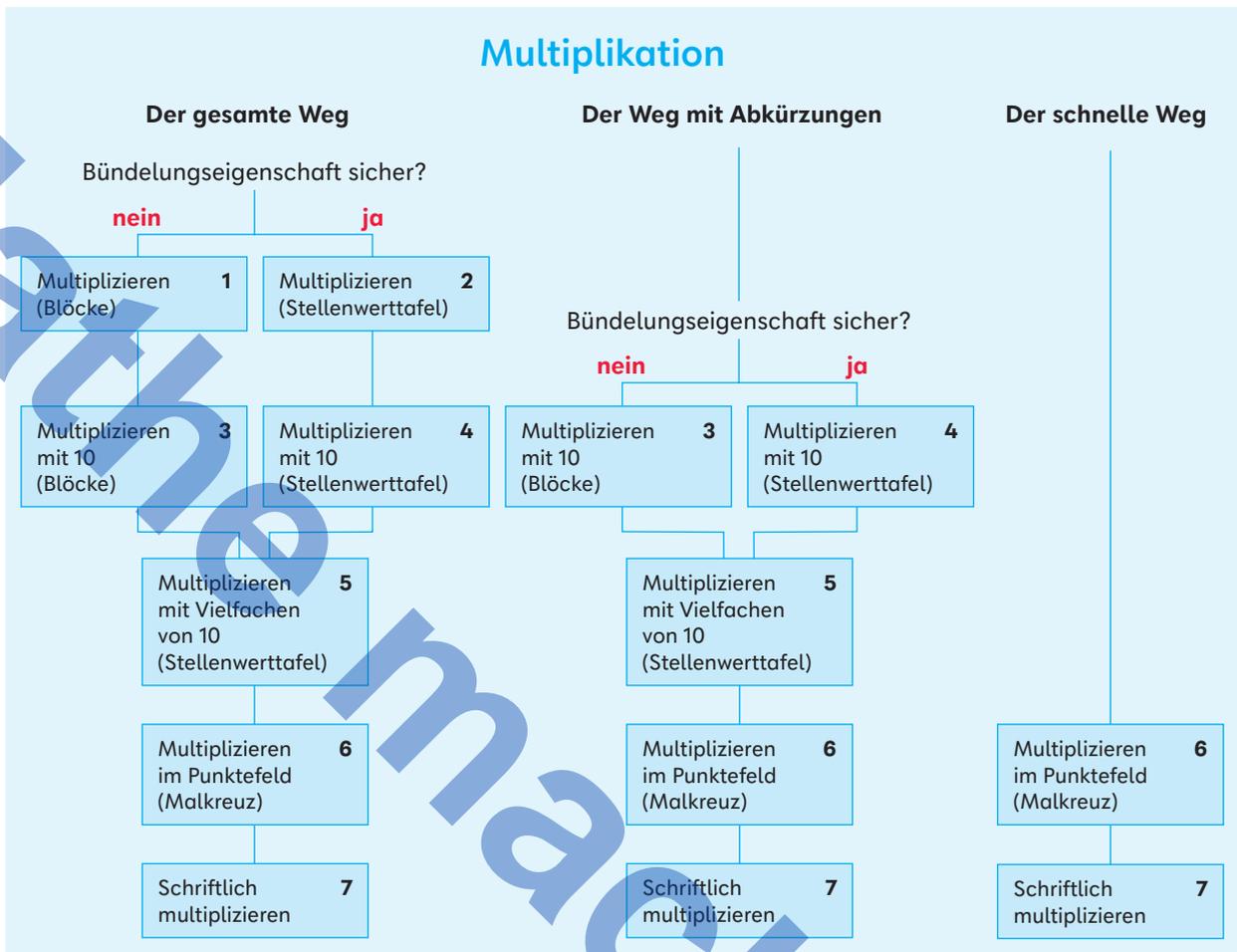
Aufgabe 1, 2

	Aufgabe	Analyse	Fördermodul EAG
F1	10 · 47 120 · 1000 230 : 10 3200 : 100	Nullen werden fehlerhaft angehängt oder gestrichen. Vermutlich ist das auf ein routinemäßiges Anwenden der Null-Ergänzungsregel zurückzuführen.	3 (Blöcke)
F2	100 · 2070 2030 : 10	Nullen (auch Zwischennull) werden fehlerhaft angehängt oder gestrichen. Die Null-Ergänzungsregel wird generalisiert.	
Interview	Auch wenn alle Aufgaben richtig gelöst wurden, ist auszuschließen, dass die Null-Ergänzungsregel routinemäßig angewendet wurde. Die Vorgehensweise bei der Aufgabenbearbeitung sollte in einem Gespräch mit den Lernenden – z. B. anhand der Stellenwerttafel – geklärt werden.		
F3	Grundlegende Probleme		3 (Blöcke)
F4	Schwierigkeiten		4 (Stellenwerttafel)

Aufgabe 3

	Aufgabe	Analyse	Fördermodul EAG
F5	30 · 60	Die Hilfsaufgabe 3 · 6 wird nicht erkannt, die Anzahl von Nullen ist fehlerhaft.	5 (Stellenwerttafel)
	50 · 20 60 · 500	Die Null im Ergebnis der Hilfsaufgabe wird bereits als angehängte Null gezählt.	
Interview	Auch wenn alle Aufgaben richtig gelöst wurden, bleibt zu klären, ob ein gesichertes Verständnis des Stellenwertsystems vorliegt und die Aufgaben entsprechend in Teilaufgaben zerlegt (Assoziativgesetz) werden können.		
F6	Grundlegende Probleme		3 (Blöcke)
F7	Schwierigkeiten		5 (Stellenwerttafel)

6.2 Überblick Förderwege



7 Kommentierte Lernkarten

1 Multiplikation (Blöcke)

Vorwissen

- Verstehen der Multiplikation als Zählen in Bündeln
- Durch den Einsatz des Materials wird vertieft und geübt:*
- Verstehen einer Zahl als additive Zerlegung in ihre Zehnerzahlen
- Bündeln durch Anfassen

1E Multiplikation legen und lösen

Aufgabe: $4 \cdot 24$

24 legen \rightarrow 4-mal 24 legen \rightarrow Bündeln \rightarrow Ergebnis ablesen

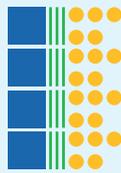
$4 \cdot 24 = 96$

24 legen	Ich lege die Zahl 24 mit 2 Zehner-Stangen und 4 Einer-Würfeln. $24 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ $24 = 20 + 4$	24 mit Blöcken legen (gleiche Blöcke untereinander, von rechts nach links aufsteigend).
4-mal 24 legen	Ich lege 4-mal die Zahl 24.	Sukzessive vier 24er-Bündel legen.
Bündeln	Ich fasse die Zehner-Stangen und die Einer-Würfel zusammen. 4-mal 2 Zehner-Stangen sind 8 Zehner-Stangen. 4-mal 4 Einer-Würfel sind 16 Einer-Würfel. Ich fasse 10 Einer-Würfel zusammen und tausche sie gegen 1 Zehner-Stange.	Blöcke stellenweise von links nach rechts abzählen. 10er-Bündel zusammenfassen und tauschen – am Material nachzählen und vergleichen. Hinweis zu den Aufgaben: Die Überträge lösen kein weiteres Bündeln im höheren Stellenwert aus.
Ergebnis ablesen	$9 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 96$ $90 + 6 = 96$	Das Handlungsbild in die Zifferndarstellung übertragen.

1A Multiplikation zeichnen und lösen

Aufgabe: $4 \cdot 135$

135 zeichnen \rightarrow 4-mal 135 zeichnen \rightarrow rechnen \rightarrow Ergebnis zeichnen und ablesen



4	·	1	3	5	=	5	4	0
4	·	1	0	0	=	4	0	0
4	·		3	0	=	1	2	0
4	·			5	=		2	0



$$4 \cdot 135 = 540$$

135 zeichnen	Ich zeichne die Zahl 135 mit 1 Hunderter-Tafel, 3 Zehner-Stangen und 5 Einer-Würfeln. $135 = 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5 \cdot 1$ $135 = 100 + 30 + 5$	135 mit Symbolen zeichnen (Reihenfolge einhalten).
4-mal 135 zeichnen	Ich zeichne 4-mal die Zahl 135.	Vier 135er-Bündel ergeben zusammen das Handlungsbild für das folgende Rechnen und Zeichnen des Ergebnisses.
rechnen	Ich rechne und schreibe. $4 \cdot 100 = 400$ $4 \cdot 30 = 120$ $4 \cdot 5 = 20$ Ich addiere.	Blöcke stellenweise abzählen und Teilprodukte notieren. Teilprodukte addieren.
Ergebnis zeichnen und ablesen <i>Der Meinung entgegenwirken, dass Rechnen wichtiger sei als Handeln! Bestimmen des Handlungsergebnisses.</i>	Ich rechne und zeichne. 4-mal 1 Hunderter-Tafel sind 4 Hunderter-Tafeln. 4-mal 3 Zehner-Stangen sind 12 Zehner-Stangen.	Blöcke stellenweise von links nach rechts abzählen. 10er-Bündel zusammenfassen und tauschen. Das Handlungsergebnis schrittweise zeichnen.
	Ich fasse 10 Zehner-Stangen zusammen und tausche sie gegen 1 Hunderter-Tafel. ...	Hinweis zu den Aufgaben: Die Überträge lösen kein weiteres Bündeln im höheren Stellenwert aus.
	$5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 = 540$ $500 + 40 = 540$	Das Handlungsbild in die Zifferndarstellung übertragen und mit dem Rechenergebnis vergleichen.

1G Multiplikation schrittweise lösen

Aufgabe: $2 \cdot 231$

		H	Z	E	=	T	H	Z	E
2	·	2	3	1	=		4	6	2
2	·	2	0	0	=		4	0	0
2	·		3	0	=			6	0
2	·			1	=				2

Aufgabe: $4 \cdot 342$

		H	Z	E	=	T	H	Z	E
4	·	3	4	2	=	1	3	6	8
4	·	3	0	0	=	1	2	0	0
4	·		4	0	=		1	6	0
4	·			2	=				8

rechnen	Ich rechne und schreibe. $2 \cdot 200 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 1$	Ggf. kann hier auf das zugrundeliegende Handlungsbild (s. Aufstieg) zurückgegriffen werden.
Summe bilden	Ich addiere die Teilergebnisse.	

Multiplikation und Division

Zu den Aufgaben kannst du dir Notizen machen.

1. Multipliziere.

a) $10 \cdot 47 =$

b) $120 \cdot 1000 =$

c) $100 \cdot 2070 =$

2. Dividiere.

a) $230 : 10 =$

b) $2030 : 10 =$

c) $3200 : 100 =$

3. Multipliziere.

a) $30 \cdot 60 =$

b) $50 \cdot 20 =$

c) $60 \cdot 500 =$

4. Multipliziere.

a) $8 \cdot 14 =$

.	10	4	
8			

c) $17 \cdot 24 =$

.			

c) $52 \cdot 26 =$

.			

d) $105 \cdot 83 =$

.			

