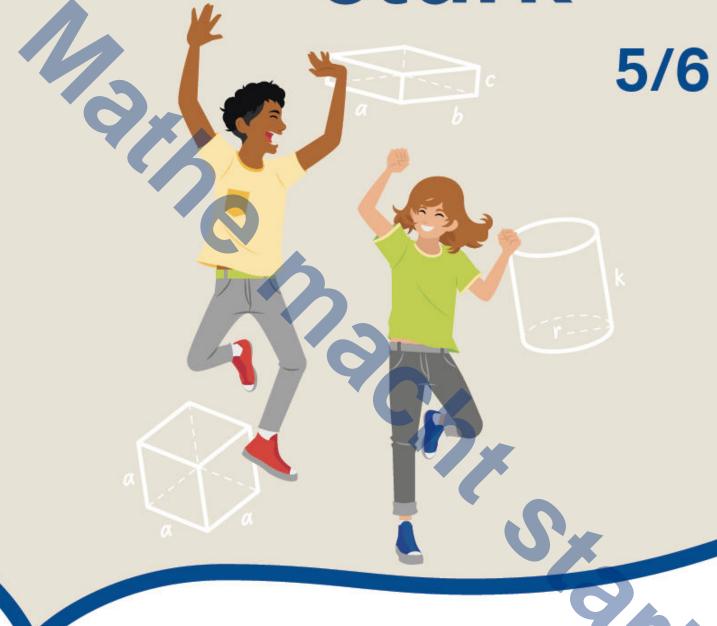
# Mathe



Handreichung Zahlen und Terme





## Mathe macht stark

5/6

Handreichung Zahlen und Terme

Herausgegeben vom



Cornelsen



### 5/6

#### Handreichung Zahlen und Terme

Herausgeber:

Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein (IQSH), Dr. Gesa Ramm (Direktorin), Schreberweg 5, 24119 Kronshagen, www.iqsh.schleswig-holstein.de

Autorin und Autor:

Ulrike Stade (IQSH), Martin Zacharias (MBWFK)

Diese Handreichung entstand im Rahmen des schleswig-holsteinischen Programms "Niemanden zurücklassen – Mathe macht stark".

Das IQSH ist laut Satzung eine dem Bildungsministerium unmittelbar nachgeordnete, nicht rechtsfähige Anstalt des öffentlichen Rechts.

Redaktion: Sabrina Bühl, Michael Venhoff

Umschlagsgestaltung und Layoutkonzept: Studio Syberg, Berlin

Layout und technische Umsetzung: L42 AG, Berlin

Umschlagsillustration und Bildnachweis: Cornelsen/Inhouse

#### www.cornelsen.de

1. Auflage, 1. Druck 2025

Alle Drucke dieser Auflage sind inhaltlich unverändert und können im Unterricht nebeneinander verwendet werden.

© 2025 Cornelsen Verlag GmbH, Mecklenburgische Str. 53, 14197 Berlin, E-Mail: service@cornelsen.de

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu §§ 60 a, 60 b UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung an Schulen oder in Unterrichts- und Lehrmedien (§ 60 b Abs. 3 UrhG) vervielfältigt, insbesondere kopiert oder eingescannt, verbreitet oder in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht oder wiedergegeben werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und anderen Bildungseinrichtungen.

Der Anbieter behält sich eine Nutzung der Inhalte für Text- und Data-Mining im Sinne § 44 b UrhG ausdrücklich vor.

Druck: Cornelsen Verlagskontor, Bielefeld

ISBN 978-3-06-000997-8

## Inhalt

| 1 | Worum geht es?  1.1 Problemfeld Zahlverständnis  1.2 Problemfeld Operationsverständnis  1.4 Problemfeld Textverständnis | 5<br>6       |
|---|---|--------------|
|   | 1.5 Problemfeld Variablen   | 8            |
| 2 | Grundvorstellungen  2.1 Grundvorstellungen für Zahlen und Terme   | 9            |
|   | 2.2 Grundvorstellungen für Operationen 2.3 Grundvorstellungen für Variablen   |              |
|   |   |              |
| 3 | Kompetenzorientierung   |              |
|   | 3.1 Lernkarten 3.2 Argumentieren mit Zuordnungen  |              |
| 4 | Die Zugänge   | . 13         |
|   | 4.1 Zehnersystemblöcke  |              |
|   | 4.2 Stellenwerttafel  |              |
|   | 4.3 Zahlenstrahl  |              |
|   | <ul><li>4.4 Punktefeld</li><li>4.5 Textknacker</li></ul>  |              |
|   | 4.6 Rechengeschichten   |              |
|   | 4.7 Geometrische Muster   |              |
| 5 | Was muss verstanden werden?   | . 19         |
|   | 5.1 Zahlen verstehen  | . 19         |
|   | 5.1.1 Kardinales Zahlverständnis – Blöcke   | . 19         |
|   | 5.1.2 Stellenwertverständnis – Stellenwerttafel   | . 22         |
|   | 5.1.3 Ordinales Zahlverständnis – Zahlenstrahl  |              |
|   | 5.2 Geschickt rechnen   | . 24         |
|   | 5.2.1 Das kleine Einmaleins – Punktefeld  | . 24         |
|   | 5.3 Textaufgaben verstehen – Textknacker  | . 26         |
|   | 5.4.1 Terme aufstellen – Rechengeschichte 5.4.3 Formeln verstehen – Umfang und Flächeninhalt                            | . 20<br>. 30 |
|   |   |              |
|   | Hinweise zum Themenheft   | . 31         |
| / | Förderwege und Fördermodule 7.1 Diagnostik und Fördermaβnahmen  | . 32<br>. 32 |
|   | 7.1.1 Zahlen verstehen  | 33           |
|   | 7.1.2 Geschickt rechnen   | 35           |
|   | 7.1.3 Textaufgaben verstehen  | 36           |
|   | 7.1.4 Variablen verstehen   | 37           |
|   | 7.2 Überblick Förderwege  | . 39         |
| 8 | Kommentierte Lernkarten   | . 40         |
| Α | nhang   |              |
| Α | Kopiervorlagen  | . 71         |
|   | Argumentieren   |              |
|   | Verzeichnis   | . 86         |
|   | Argumentationskarten  | . 88         |

#### 1 Worum geht es?

Gute Rechenfertigkeiten sind in unserer Gesellschaft unverzichtbar: in der Schule, im Berufsleben, beim Einkaufen, bei sportlichen Aktivitäten, bei der Analyse medialer Informationsdienste.

Kinder brauchen gute Zahlvorstellungen, um erfolgreich am Mathematikunterricht der Sekundarstufe I teilnehmen zu können. Ein tragfähiges Zahlverständnis hilft, Zahlen nicht nur als abstrakte Symbole zu sehen, sondern deren Bedeutung, Beziehungen und Strukturen zu erkennen. Wer Zahlen versteht, kann geschickter rechnen, Rechenstrategien nutzen, dabei mathematische Prinzipien entdecken und eigene Rechenwege entwickeln, statt auswendig gelernte Algorithmen zu reproduzieren.

Ein stabiles Zahlverständnis ist entscheidend dafür, Rechenoperationen zu verstehen, diese auf Alltagssituationen anwenden zu können, neue Zahlen (Brüche, Dezimalzahlen, Prozente) einzuordnen und mit Variablen in algebraischen Strukturen zu rechnen.

#### 1.1 Problemfeld Zahlverständnis

Der unsichere Umgang mit den Grundrechenarten ist deshalb häufig ein Hinweis auf ein nicht hinreichend ausgeprägtes Zahlverständnis.

#### Häufige Rechenfehler

Fehler werden auch bei einfachen Aufgaben (z. B. 12 · 3, 100 – 47 oder 250 : 5) gemacht, Ergebnisse werden "geraten", es treten Zahlendreher auf (z. B. 63 statt 36).

#### Langsames Rechentempo

Betroffene brauchen deutlich länger für die Bearbeitung der Aufgaben als Gleichaltrige. Die Fehlerquote ist hoch. Häufig wird gezählt (mit den Fingern).

#### Probleme beim Überschlagen oder Schätzen

Es fehlt das Gefühl für Zahlen und Größen ( $Ist\ 103 \cdot 24$  eher 200 oder eher 2000?). Starres Rechnen (ohne Strategie), falsche Rechenstrategien oder das Fehlen von Vereinfachungsstrategien führen zu Fehlern (198 + 207 = 305 ist ungefähr richtig).

#### Kein automatisiertes Kopfrechnen

Das Einmaleins ist nicht sicher. Bei  $7 \cdot 8$  wird lange überlegt oder gezählt. Aufgaben wie 52 + 49 werden mühsam gerechnet, statt sie mit Strategien wie 51 + 50 zu lösen.

#### Unsicherheit beim Umgang mit schriftlichen Verfahren

Häufig treten Fehler in der Ausrichtung der Stellenwerte und Schwierigkeiten beim Umgang mit Überträgen auf. Schriftliche Verfahren werden ungern oder falsch angewendet.

Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten beim Zahlverständnis, entwickeln häufig ein geringes Vertrauen in ihre mathematischen Fähigkeiten. Dies kann zu Angst, Frust und ausweichendem Verhalten führen und die Bereitschaft erheblich verringern, sich mit mathematischen Herausforderungen auseinanderzusetzen.

#### 1.2 Problemfeld Operationsverständnis

Ein mangelndes Operationsverständnis hat in der Sekundarstufe I einen tiefgreifenden Einfluss auf das gesamte Mathematiklernen, weil die vier Grundoperationen die Basis für fast alle weiteren mathematischen Inhalte sind.

#### Geringere Fähigkeit zum Problemlösen

Die Rechenarten werden nicht als Werkzeuge für Problemlösungen angesehen, sondern als "isolierte Rechentechniken". Betroffene erkennen nicht, welche Bedeutung die Zahlen in einer Textaufgabe haben. Sie verstehen den operativen Zusammenhang zwischen den Zahlen nicht und können nicht entscheiden, wann welche Operation erforderlich ist. Statt über Strategien nachzudenken, versuchen sie die Lösung durch das sture Anwenden von Formeln zu finden.

#### Unsichere Basis für weiterführende Themen

Mathematische Themen wie Brüche, Prozente, das Lösen von Gleichungen, der Umgang mit Funktionstermen etc. bauen auf sicherem Rechnen auf. Wer nicht versteht, was Division bedeutet, tut sich auch mit Anteilen oder Prozentsätzen schwer.

#### Hohe Fehleranfälligkeit

Typische Denkfehler und Übergeneralisierungen von Rechenregeln führen zu Fehlern (Wenn ich mal 3 rechne, muss ich später auch durch 3 teilen).

#### Schwierigkeiten beim Umgang mit Symbolik und Formeln

Mathematische Ausdrücke (z. B. 2 · (10 + 4)) können nicht entschlüsselt werden. Das Verständnis für Variablen, Funktionen und Gleichungen leidet massiv.

Ein mangelndes Operationsverständnis wirkt sich nicht nur auf das Rechnen, sondern auch auf das mathematische Denken insgesamt aus. Es verhindert, dass Schülerinnen und Schüler Mathematik als sinnvolles, logisches System erleben – und nicht nur als Sammlung von Rechenregeln.

#### 3 Kompetenzorientierung

#### 3.1 Lernkarten

Materialhandlungen dienen der Veranschaulichung von Aufgabenstellungen und Lösungswegen. Die Verbalisierung der Handlungen lässt mentale Bilder entstehen, die es zunehmend ermöglichen, das Material in der Vorstellung zu verwenden. Dieser Ablösungsprozess vom konkreten Handeln zum Handeln in der mentalen Vorstellung ist wesentlich, um das Verständnis für die zugrundeliegenden Begriffe und Operationen zu stützen und zu fördern.

Die Lernkarten "So spreche ich …" setzen einen Rahmen für die Verbalisierung der Handlungsprozesse und bieten Anknüpfungspunkte für einen kommunikativen Austausch.

Dem gemeinsamen Üben, dem gegenseitigen Beobachten und Beauftragen von Handlungen, kommt im Lernprozess eine große Bedeutung zu.

Aufbauend auf den Einsatz des Materials im Einstieg, erfolgt im Aufstieg und schließlich im Gipfel die fortschreitende Ablösung von der konkreten zur mentalen Handlung und dem damit verbundenen Aufbau innerer Vorstellungsbilder.

#### 1. HANDELN AN GEEIGNETEM MATERIAL (EINSTIEG)

Lernende legen und bearbeiten Aufgaben mit dem Material. Sie beschreiben die Handlungen anhand der Lernkarten und lösen die Aufgabe. Die Lehrkraft beobachtet, unterstützt, gibt Formulierungshilfen und achtet darauf, dass die Handlungen "korrekt" durchgeführt und beschrieben werden.

## 2. BESCHREIBEN DER HANDLUNG MIT SICHT AUF DAS MATERIAL (Partnerarbeit im EINSTIEG)

Die erste Person handelt nicht mehr selbst, sondern diktiert einer anderen (anhand der Lernkarten) die Handlung. Die zweite Person führt die Handlungen aus. Die erste Person beobachtet und kontrolliert die Handlungen.

Die Lehrkraft beobachtet, unterstützt und achtet auf Missverständnisse.

#### 3. BESCHREIBEN DER HANDLUNG OHNE SICHT AUF DAS MATERIAL (AUFSTIEG)

Die Aufgabe und die Handlung werden als (mentale) Bilder beschrieben. Die Lernenden zeichnen das Bild (Handlungsergebnis), das sich aus der mentalen Nutzung des Materials ergibt. Die entstandene Zeichnung wird für die Ergebnisfindung genutzt. Die Lernkarte beschreibt die einzelnen Teilschritte des Lösungsprozesses.

Die Lehrkraft achtet besonders auf den korrekt durchgeführten und dokumentierten Darstellungswechsel von der Handlungsebene (im Einstieg) in die Zeichnungsebene und die für den Übergang in die symbolische Ebene (Gipfel) vorbereitenden Rechenschritte.

#### 4. NUTZEN DES MATERIALS IN DER VORSTELLUNG (GIPFEL)

Die Aufgaben werden auf symbolischer Ebene bearbeitet. Lernende finden die passenden Teilergebnisse und das Endergebnis. Ggf. wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert.

Die Lernkarte beschreibt die einzelnen Teilschritte des Lösungsprozesses.

Die Lehrkraft beobachtet und unterstützt.

Die Lehrkraft entscheidet, ob Unklarheiten und
Fehler behoben werden können durch

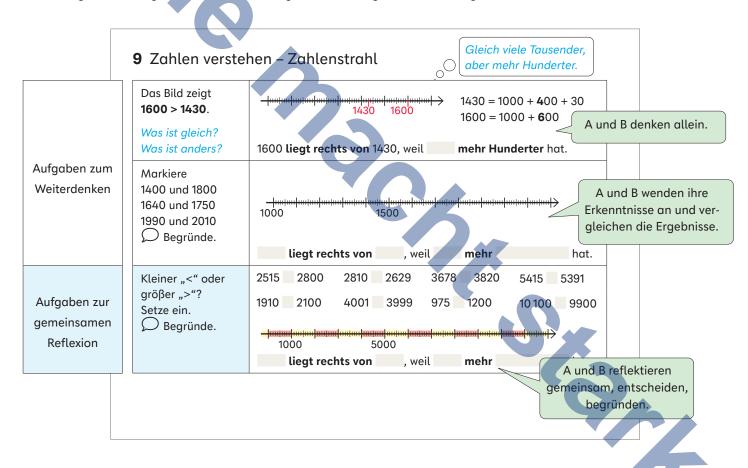
- Zuhilfenahme des Materials,
- Hinweise auf die mentale Nutzung des Materials
- den Einsatz der aus dem Aufstieg bekannten Dokumentationsmittel.

Auch später sollte die Rückführung der Algorithmen auf mentale Materialhandlungen immer wieder eingefordert werden.

#### 3.2 Argumentieren mit Zuordnungen

Das meist reproduktive und repetitive Bearbeiten von Aufgaben im **Einstieg**, **Aufstieg** und **Gipfel** hat das eigenständige Sammeln von Erfahrungen zum Ziel. Die Argumentationskarten setzen neue Lernimpulse, fordern tiefere Einsichten und bieten Kommunikationsanlässe. Die Aufgabensequenzen führen schrittweise an das mathematische Argumentieren heran. Sie fordern dazu auf, Verstehensprozesse fortzusetzen, Zusammenhänge zu erläutern, Begründungen zu geben und das Gelernte zu reflektieren.

Dabei spielt die Motivation der Lernenden und damit die Lernsituation eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Die Karten sind jeweils für die Zusammenarbeit zweier Personen konzipiert. Während die Lernenden zuerst allein an einer der Karten arbeiten (Person A an Karte A und Person B an Karte B), um sich der Phänomene bewusst zu werden, wird danach gezielt auf den kommunikativen Austausch der beiden Lernenden gesetzt. Das Vergleichen der zunächst arbeitsteilig erworbenen Erkenntnisse wirkt einem frühzeitigen Aufgeben beim Auftreten erster Hindernisse entgegen. Danach werden übergreifende, allgemeinere Erkenntnisse gemeinsam ausgehandelt und begründet.



#### 6 Hinweise zum Themenheft

Jeder Einstieg, Aufstieg, Gipfel im Arbeitsheft startet mit einem Informationsblock. In ihm werden die zur Bearbeitung der Aufgaben erforderlichen Arbeitsschritte vorgestellt. Diese Hinweise sind nicht selbsterklärend und sollten deshalb von der Lehrkraft erläutert und deren Umsetzung genau beobachtet werden. Ggf. sind weitere Beispielaufgaben gemeinsam durchzuführen, bis die Lernenden in die selbstständige Bearbeitung entlassen werden können.

Auf wichtige Zusatzinformationen und -aktivitäten wird in Sprechblasen mit dem Ball hingewiesen.

Die Lehrkraft gewährleistet zudem die Einführung in das zugrundeliegende Material (Einstieg), das Abstimmen von Konventionen für die zeichnerische Darstellung (Aufstieg) und die Einhaltung von Verfahrenshinweisen (Gipfel).

#### Einstieg (E – enaktiv):

Der Einstieg dient dem konkreten Handeln mit Material.

Eine Notation der einzelnen Arbeitsschritte erfolgt hier deshalb nicht. Die Lehrkraft beobachtet den Arbeitsprozess, unterstützt und korrigiert. Sie fordert die Lernenden zum Versprachlichen der Handlungen auf (im Gespräch mit den Lernenden oder in Partnersituationen) und stellt Formulierungshilfen zur Verfügung.

#### Aufstieg (A – ikonisch):

Im Aufstieg werden die im Einstieg durchgeführten Handlungen zeichnerisch festgehalten und dokumentiert. Der Darstellungswechsel in das so entstehende Handlungsbild dient als mentale Grundlage für weiterführende Überlegungen bzw. abstrahierende Schlussfolgerungen. Auch hier fordert die Lehrkraft die Lernenden zur Versprachlichung der Arbeitsschritte auf und stellt Formulierungshilfen zur Verfügung.

Bei der Aufgabenbearbeitung sind die Arbeitsschritte jetzt zu notieren.

Weitere Aufgaben stehen ergänzend im Lehrerheft als Kopiervorlage zur Verfügung.

#### Gipfel (G - symbolisch)

Die Ablösung vom konkreten Handeln zum Handeln in der mentalen Vorstellung erfolgt im Gipfel. Bei Unsicherheiten sollten auf die im Einstieg und im Aufstieg erlernten Handlungen und Strategien zurückgegriffen werden.

#### Voraussetzungen

Das Lernen mit den Fördereinheiten setzt sicheres Können und Wissen in folgenden Bereichen voraus: 

- Zahlen und Zahlwörter bis 100,
- · Einspluseins.

#### 7 Förderwege und Fördermodule

Auf dem Weg zu einem sicheren Zahl- und Variablenverständnis werden für die Fördereinheiten:

- 1. Zahlen verstehen
- 2. Geschickt rechnen
- 3. Textaufgaben verstehen
- 4. Variablen verstehen

drei Förderwege angeboten.

**Der gesamte Weg** greift die für die genannten Themen basalen Elemente auf. Dieser Weg wird bei grundlegenden Problemen im Stellenwertverständnis empfohlen: "Bündeln mit Anfassen" ist erforderlich.

Der Weg mit Abkürzungen wendet sich an Lernende, die noch Schwierigkeiten im Stellenwertverständnis haben: Vorstellungen sind vorhanden, sollten aufgegriffen und der sichere Umgang mit Stellenwerten weiter gefestigt werden.

Der schnelle Weg verzichtet auf Vertiefungen zum Zahlverständnis.

Auch die Standortbestimmung ist nach den oben genannten Fördereinheiten strukturiert. Die Abschnitte können so zu unterschiedlichen Zeitpunkten des Unterrichtsgangs eingesetzt werden. Es wird empfohlen, den thematisch vorgelagerten Abschnitt in die Diagnostik einzubeziehen.

Ausgehend von den in den Aufgaben auftretenden Lernschwierigkeiten werden in der Standortbestimmung einzelne Fördermodule empfohlen. Zusammengefasst ergibt sich daraus ein Überblick, der die Wahl des Förderweges nahelegt.

Im gewählten Weg angegebene Fördermodule (EAG) sollten nur in begründeten Fällen übersprungen werden.

#### 7.1 Diagnostik und Fördermaßnahmen

Die Standortbestimmung kann eingesetzt werden als Klassen- bzw. Gruppenaufgabe. Sie eignet sich auch als Gesprächsgrundlage für diagnostische Interviews.

Wenn Lösungen korrekt, aber im Zusammenhang mit anderen Ergebnissen nicht nachvollziehbar sind, sollte die Vorgehensweise in einem diagnostischen Gespräch geklärt werden.

#### 7.1.1 Zahlen verstehen

Ein solides Zahlverständnis ist entscheidend für den sicheren Umgang mit den Grundrechenarten (Kopfrechnen, halbschriftliche und schriftliche Verfahren).

| ZAHL  | EN VERS   | TEHEN                    |  |     |
|-------|-----------|--------------------------|--|-----|
| Blöck | е         |                          |  |     |
|       | möglic    | he Lösungen              | Bemerkungen  | EAG |
| 1a    | F1        | 300405                   | Stellenwertsystem ist nicht verankert. Quadrate<br>werden gezählt und ohne Berücksichtigung der<br>Stellenwerte aneinandergefügt.  | 1   |
|       | F2        | 2145, 2154, 219,<br>354, | Die additive Bestimmung des Zahlwerts im<br>Stellenwertsystem ist nicht verankert. Zahl wird<br>anhand der Anordnung der Blöcke (spaltenweise<br>oder nach Farben) ohne Berücksichtigung der<br>Stellenwerte gebildet (Material unbekannt?). |     |
| 1b    | F1/<br>F2 |                          | S. O.  |     |
|       | F3        | 3118,<br>318,            | Bündeln ist nicht sicher:<br>Überträge werden nicht stellengerecht ermittelt<br>oder ignoriert,  |     |
| 1c    | F1        | 10007                    | s. o.  |     |
|       | F4        | 1700, 17,                | Umgang mit Nullen ist nicht sicher.  |     |
| 1d    | F3        | 31125, 4125,             | Bündeln ist nicht sicher:<br>Überträge werden nicht stellengerecht ermittelt<br>oder ignoriert,  | _   |
| 2a    | F2        | 3711,                    | s. o.  | 1   |
| 2b    | F5        | T H Z E 1 1 6 1 1 6      | Zahlen werden ohne Berücksichtigung der<br>Stellenwerte links- bzw. rechtsbündig in die<br>Stellenwerttafel eingetragen.   |     |
| 2c    | F3        | T H Z E<br>1 1 1 0       | Bündeln ist nicht sicher:<br>Überträge werden nicht stellengerecht ermittelt<br>oder ignoriert,  |     |
|       | F6        | T H Z E 11 10            | Bedeutung der Ziffernschreibweise in der<br>Stellenwerttafel ist nicht verankert.  |     |
|       | F3        | T H Z E 1 2              | Bündeln durchgeführt, aber Zahl nicht stellengerecht eingetragen.  |     |

#### 8 Kommentierte Lernkarten

## 1 Zahlen verstehen – Blöcke

#### Vorwissen

– Zahlen und Zahlwörter bis 100

Durch den Einsatz des Materials wird vertieft und geübt:

- Zahlwert als additive Zerlegung in Zehnerzahlen
- Bündeln und Entbündeln durch Anfassen
- System zum Sprechen von Zahlwörtern
- kardinaler Vergleich
- Strukturverständnis für Zahlen im Zahlenraum bis 1 Million

## **1E** Zahl legen – Blöcke



| Zahl legen       | Ich lege eine Zahl mit 1 Tafel,<br>2 Stangen und 2 Würfeln.   | Aus 5 Blöcken auswählen. Auf die Anordnung achten: Links mit der größten Einheit starten, nach rechts absteigend.  |
|------------------|---|--|
| zählen           | Einer-Würfel  1 Würfel ist 1 Einer.  Zehner-Stange  10 Würfel sind 1 Zehner.  Hunderter-Tafel  10 Zehner sind 100 Würfel.  100 Würfel sind 1 Hunderter.   | Die Blöcke anhand ihrer Anzahl<br>an Würfeln benennen.<br>Blöcke aus Würfeln bilden bzw.<br>zum nächst höheren Block<br>zusammenlegen (Bündeln und<br>Entbündeln). |
| Ergebnis ablesen | Ich sehe die Zahl <b>122</b> mit<br>1 Hunderter-Tafel und<br>2 Zehner-Stangen und<br>2 Einer-Würfeln.<br><b>1</b> 00 + <b>2</b> 0 + <b>2</b> = <b>122</b> | Handlungsbild auswerten. Zifferndarstellung aus additivem Zahlwert ableiten.   |

## 1A Zahl zeichnen – Blöcke



## **1G** Zahlen vergleichen – Blöcke

## Aufgabe: 237 und 245 vergleichen Zahlen darstellen schrittweise vergleichen 237 = 200 + 30 + 7 245 = 200 + 40 + 540 ist größer als 37.

| Zahlen<br>darstellen        | Ich zeichne die Zahl <b>237</b> mit 2 Hunderter-Tafeln, 3 Zehner-Stangen und 7 Einer-Würfeln.                | Zahlen mit Blöcken darstellen.  |
|-----------------------------|--|---|
|                             | Ich zeichne die Zahl <b>245</b> mit<br>2 Hunderter-Tafeln,<br>4 Zehner-Stangen und<br>5 Einer-Würfeln.       |   |
| schrittweise<br>vergleichen | Die Zahlen haben gleich viele<br>Hunderter-Tafeln.<br><b>245</b> hat mehr Zehner-Stangen<br>als <b>237</b> . | Die Blöcke stellenweise vergleichen (von links nach rechts ist effektiv, aber nicht notwendig).       |
| 40 ist größer<br>als 37.    | 4 Zehner-Stangen sind mehr Würfel<br>als 3 Zehner-Stangen und<br>7 Einer-Würfel.                             | Durch Aneinanderlegen der Würfel<br>wird begreifbar, dass 40 > 37<br>(schließlich auch 40 > 39) gilt. |
| Ergebnis ablesen            | <b>245</b> ist gröβer als <b>237</b> .   | Handlungsbild auswerten.<br>Ergebnis darstellen.  |
|                             |  |   |

#### Argumentieren mit Zahlen und Variablen – Verzeichnis

Die einführenden Aufgabenstellungen sind dem Anforderungsbereich I zuzuordnen. Lernende geben vertraute Argumentationen wieder.

Weitere Kompetenzzuordnungen sind der folgenden Übersicht zu entnehmen.

|        | Nr. | Tätigkeit   |
|--------|-----|---|
| AB II  | 1   | überschaubare Lösungswege erläutern, prüfen bzw. widerlegen |
|        | 2   | Darstellungen fortsetzen (auch wechseln)                    |
| AB III | 3   | sich zwischen (komplexen) Argumentationen entscheiden       |

| EAG | Nr. | Darstellungsformen | (Rechen-/Text-) Strategien | Variable als Veränderliche | Terme mit 2 Variablen | Titel   | Anforderungen |
|-----|-----|--------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------|---|---------------|
| 1   | A1  | x                  |                            |                            |                       | Immer die gleiche Zahl.   | 1             |
| 1   | A2  |                    | х                          |                            |                       | Gleich viele Tausender und Hunderter, aber mehr Zehner.<br>Gleich viele Tausender, aber mehr Hunderter. | 2             |
| 1   | А3  |                    | х                          |                            |                       | Wie oft passen die Blöcke in den Würfel?  | 2             |
| 2   | A4  | х                  |                            |                            |                       | Immer die gleiche Zahl.   | 1             |
| 2   | A5  |                    | х                          |                            |                       | Gleich viele Tausender und Hunderter, aber mehr Zehner.<br>Gleich viele Tausender, aber mehr Hunderter. | 2             |
| 2   | A6  | х                  |                            |                            |                       | Kleinere und größere Nachbar-Zahlen.  | 1             |
| 3   | A7  | х                  |                            |                            |                       | Zehner und Einer vertauscht.  | 2             |
| 3   | A8  | х                  |                            |                            |                       | Hunderter und Zehner vertauscht.  | 1             |
| 3   | A9  |                    | х                          |                            |                       | Gleich viele Tausender, aber mehr Hunderter.  | 2             |
| 3   | A10 | х                  |                            |                            |                       | Immer 10er-Schritte. Immer 100er-Schritte.  | 1             |
| 4   | A11 | х                  | х                          |                            |                       | Zahlen tauschen und geschickt rechnen.  | 1             |
| 4   | A12 | х                  | х                          |                            |                       | Mit der Nachbar-Aufgabe geschickt rechnen.  | 17            |
| 4   | A13 | х                  | х                          |                            |                       | Verdoppeln und geschickt rechnen.   | 1             |
| 4   | A14 |                    | х                          |                            |                       | Aufgabe umkehren.   | 2             |
| 4   | A15 |                    | х                          |                            |                       | Aufgabe umkehren.   | 2             |

| 5       A17       x       x       Mit Nachbar-Zahlen geschickt rechnen.       1         5       A18       x       Immer 9 mehr. Immer 8 mehr.       3         5       A19       x       Erst die Klammer, dann Punkt vor Strich.       2         5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A21       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A22       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         7       A26       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         8       A28       x       x       Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich Immer 3 Schichten   | 5       A18       x       Immer 9 mehr. Immer 8 mehr.       3         5       A19       x       Erst die Klammer, dann Punkt vor Strich.       2         5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A21       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A22       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2   | 5 | A16 | х |   |   |   | Im Malkreuz rechnen.                             | 2 |
|--|---|---|-----|---|---|---|---|--|---|
| 5       A19       x       Erst die Klammer, dann Punkt vor Strich.       2         5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A22       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         1       Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2       2         8       A28       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         9       A29       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2  | 5       A19       x       Erst die Klammer, dann Punkt vor Strich.       2         5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A22       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         19       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2  | 5 | A17 | х | х |   |   | Mit Nachbar-Zahlen geschickt rechnen.            | 1 |
| 5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A22       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2         8       A28       x       Immer gleich lange Seiten.       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2  | 5       A20       x       Mit Klammern geschickt rechnen.       2         5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A22       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         1       Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2  | 5 | A18 |   | х |   |   | Immer 9 mehr. Immer 8 mehr.                      | 3 |
| 5       A21       x       Erst mal 2, dann geteilt durch 2.       1         5       A22       x       Eine Zahl geschickt zerlegen       3         6       A23       x       Andere Frage, anderer Rechenweg.       1         6       A24       x       Auf die Frage kommt es an.       1         7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         8       A28       x       Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2   | 5 A21 x Erst mal 2, dann geteilt durch 2. 1  5 A22 x Eine Zahl geschickt zerlegen 3  6 A23 x Andere Frage, anderer Rechenweg. 1  6 A24 x Auf die Frage kommt es an. 1  7 A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2  7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1  8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 2  1 Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2  9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2  1 Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2  9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2  9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 5 | A19 |   | х |   |   | Erst die Klammer, dann Punkt vor Strich.         | 2 |
| 5 A22 x Eine Zahl geschickt zerlegen 3   6 A23 x Andere Frage, anderer Rechenweg. 1   6 A24 x Auf die Frage kommt es an. 1   7 A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2   7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1   8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 2   1 Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2   8 A28 x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2   9 A29 x x Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2   9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2   9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 5 A22 x Eine Zahl geschickt zerlegen 3   6 A23 x Andere Frage, anderer Rechenweg. 1   6 A24 x Auf die Frage kommt es an. 1   7 A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2   7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1   8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2   8 A28 x Immer gleich lange Seiten. 2   9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2   9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2   9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 5 | A20 |   | х |   |   | Mit Klammern geschickt rechnen.                  | 2 |
| Andere Frage, anderer Rechenweg.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 2 Hölzer an.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Hölzer an.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat an.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Grundseite mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Grundseite mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Grundseite mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die Frage kommt es an.  Aug die Frage kommt es an.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug die | Andere Frage, anderer Rechenweg.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Auf die Frage kommt es an.  Immer andere Zahlen einsetzen.  Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug der Höhe mehr.  Aug der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  Aug der Höhe mehr.  Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. | 5 | A21 |   | х |   |   | Erst mal 2, dann geteilt durch 2.                | 1 |
| A24 x Auf die Frage kommt es an. 1  A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2  A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1  8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 1  8 Max x Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2  9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 1  1 Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2  9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2  9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | A24 x Auf die Frage kommt es an. 1  A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2  A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1  A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 1  B A28 x Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2  Homer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2  A39 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2  Homer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2  A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2  A31 x x Immer 18 Würfet in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 5 | A22 |   | х |   |   | Eine Zahl geschickt zerlegen                     | 3 |
| 7 A25 x x Immer andere Zahlen einsetzen. 2   7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1   8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 2   8 A28 x Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2   9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2   9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2   9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2  | 7       A25       x       x       Immer andere Zahlen einsetzen.       2         7       A26       x       x       Gleichung durch Probieren lösen.       1         8       A27       x       x       Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.       2         8       A28       x       Immer 1 Holz in der Höhe mehr.       2         9       A29       x       x       Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.       2         9       A30       x       x       Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.       2         9       A31       x       x       Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.       2   | 6 | A23 |   | х |   |   | Andere Frage, anderer Rechenweg.                 | 1 |
| 7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1   8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr. 2   8 A28 x Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2   9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 2   9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2   9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 7 A26 x x Gleichung durch Probieren lösen. 1   8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Holz in der Höhe mehr. 2   8 A28 x Immer gleich lange Seiten. 2   9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.<br>Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr. 2   9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2   9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 6 | A24 |   | x |   |   | Auf die Frage kommt es an.                       | 1 |
| 8 A27 x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.  8 A28 x Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.  1 Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groβ.  9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.   | 8 A27  x x Immer 2 Hölzer an der Grundseite mehr.  8 A28  x Immer 1 Holz in der Höhe mehr.  9 A29  x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr.  1 Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  9 A30  x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groβ.  9 A31  x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten.   | 7 | A25 | 5 | x | х |   | Immer andere Zahlen einsetzen.                   | 2 |
| Immer 1 Holz in der Höhe mehr.   2   | Immer 1 Holz in der Höhe mehr.   2   2   3   429   x   x   x   2   2   3   430   x   x   2   3   431   x   x   4   3   4   4   4   4   4   4   4   4  | 7 | A26 |   | х | х |   | Gleichung durch Probieren lösen.                 | 1 |
| 9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2 9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2  | 9 A29 x x Immer 1 Quadrat an der Grundseite mehr. 9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2 9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 8 | A27 |   | ? | × | х |  | 2 |
| Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  9 A30   | Immer 1 Quadrat in der Höhe mehr.  9 A30 x x Rechteck gedreht, Flächen gleich groß. 2  9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 8 | A28 |   |   | х |   | Immer gleich lange Seiten.                       | 2 |
| 9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2   | 9 A31 x x Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. 2  | 9 | A29 |   |   | x | х |  | 2 |
|  |   | 9 | A30 |   |   | х | х | Rechteck gedreht, Flächen gleich groß.           | 2 |
|  |   | 9 | A31 |   |   | х | х | Immer 18 Würfel in 1 Schicht. Immer 3 Schichten. | 2 |
|  |   |   |     |   |   |   |   |  |   |

